Класификација

Ненад Митић

Математички факултет
nenad@matf.bg.ac.rs

Увод

Улазни материјал садржи слогове облика $S_i = (x_i^1, x_i^2, ..., x_i^k, y_i)$ где је атрибут y од посебног интереса

x_1^1	x_1^2	x_1^3	x_1^4	...	y_1
x_2^1	x_2^2	x_2^3	x_2^4	...	y_2
x_3^1	x_3^2	x_3^3	x_3^4	...	y_3
x_4^1	x_4^2	x_4^3	x_4^4	...	y_4
x_5^1	x_5^2	x_5^3	x_5^4	...	y_5
x_6^1	x_6^2	x_6^3	x_6^4	...	y_6
...	...	...	...	...	...
x_n^1	x_n^2	x_n^3	x_n^4	...	y_n

Циљ је уочити да ли се на основу вредности атрибута x_i може одредити вредност атрибута y

Увод

- Задатак класификације: одредити функцију (класификациони модел) која пресликава сваки скуп атрибута $X = (x^1, x^2, ..., x^k)$ у једну од предефинисаних вредности y
- y - ознака класе
  - y категорички атрибут $\Longrightarrow$ класификација
  - y је нумерички atribut $\Longrightarrow$ регресија
- Циљ формирања модела: примена на материјал код кога је вредност атрибута y непозната ради што прецизнијег предвиђања вредности y

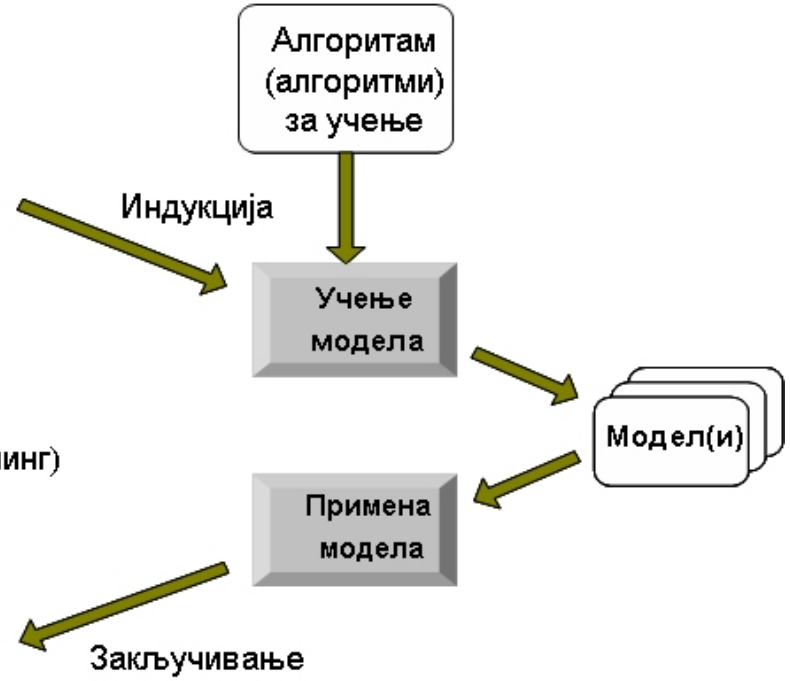
Увод

- Како проверити карактеристике модела?
- Улазни подаци се обично деле у два дисјунктна дела
  - податке за тренинг помоћу којих се формира модел и који се користе за иницијално одређивање тачности модела
  - податке за тестирање који се користе за проверу исправности модела
- При провери се упоређују предвиђене вредности класа са стварним вредностима

Увод

Tid	Attrib1	Attrib2	Attrib3	Class
1	Yes	Large	125K	No
2	No	Medium	100K	No
3	No	Small	70K	No
4	Yes	Medium	120K	No
5	No	Large	95K	Yes
6	No	Medium	60K	No
7	Yes	Large	220K	No
8	No	Small	85K	Yes
9	No	Medium	75K	No
10	No	Small	90K	Yes

Подаци за формирање модела (тренинг)



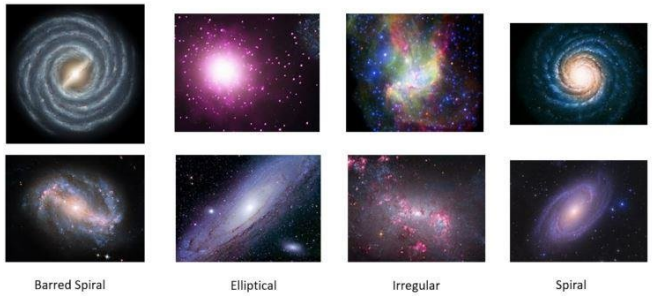
Tid	Attrib1	Attrib2	Attrib3	Class
11	No	Small	55K	?
12	Yes	Medium	80K	?
13	Yes	Large	110K	?
14	No	Small	95K	?
15	No	Large	67K	?

Подаци за проверу модела (тест)

Увод

Примери класификација

- Ћелије тумора (бенигни, малигни)
- Исправност коришћења кредитних картица
- Предвиђање секунарне структуре протеина
- Одређивање типа текстова (спорт, политика, ...)
- Одређивање типа галаксија



- ...

Технике класификације

- Основне технике/методе класификације
  - Дрвета одлучивања
  - Правила
  - Неуронске мреже
  - Статистички засноване методе
  - Машине са потпорним векторима
  - Одређивање најближег суседа
  - ...
- Методе ансамбла
  - Појачавање (енг. *Boosting*)
  - Паковање (енг. *Bagging*)
  - Насумична шума (енг. *Random forest*)
  - ...

Основна идеја

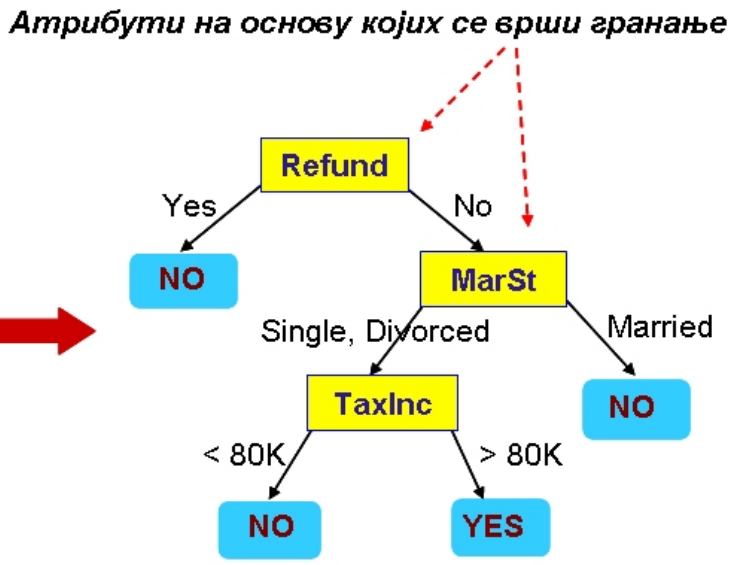
- Модел се формира у облику дрвета
- У не-лист чвору се налазе питања на основу којих се врши гранање
- Улазни материјал се дели на основу вредности атрибута и питања у чвору
- Листови дрвета одређују ознаке класа

Пример дрвета одлучивања

категорички категорички непрекидни класа

Tid	Refund	Marital Status	Taxable Income	Cheat
1	Yes	Single	125K	No
2	No	Married	100K	No
3	No	Single	70K	No
4	Yes	Married	120K	No
5	No	Divorced	95K	Yes
6	No	Married	60K	No
7	Yes	Divorced	220K	No
8	No	Single	85K	Yes
9	No	Married	75K	No
10	No	Single	90K	Yes

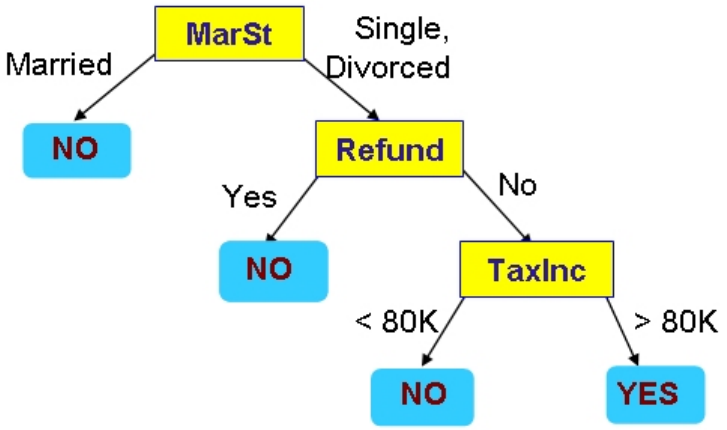
Подаци за тренинг (прављење модела



Модел: дрво одлучивања

Пример дрвета одлучивања (наставак)

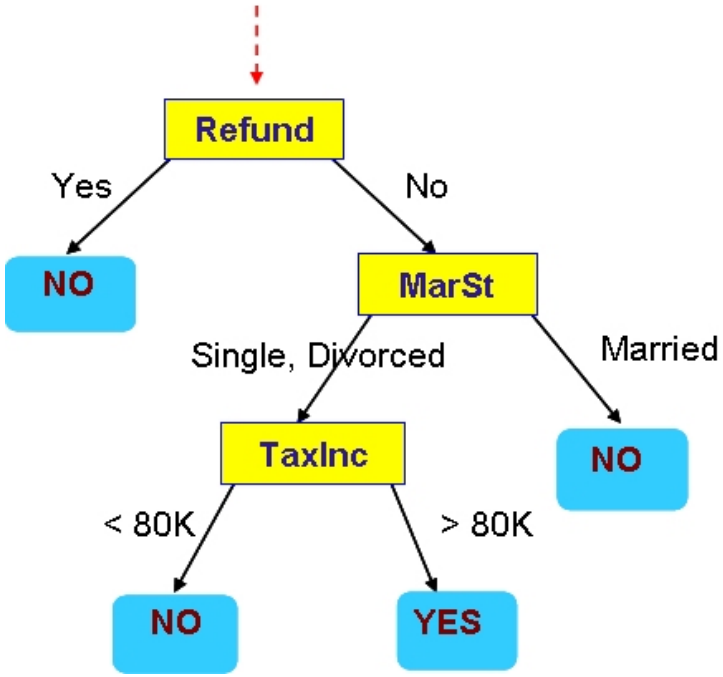
	категорички	категорички	непрекидни	класа
Tid	Refund	Marital Status	Taxable Income	Cheat
1	Yes	Single	125K	No
2	No	Married	100K	No
3	No	Single	70K	No
4	Yes	Married	120K	No
5	No	Divorced	95K	Yes
6	No	Married	60K	No
7	Yes	Divorced	220K	No
8	No	Single	85K	Yes
9	No	Married	75K	No
10	No	Single	90K	Yes



Могуће је да постоји више дрвета (модела) која одговарају истим подацима

Примена модела - пример

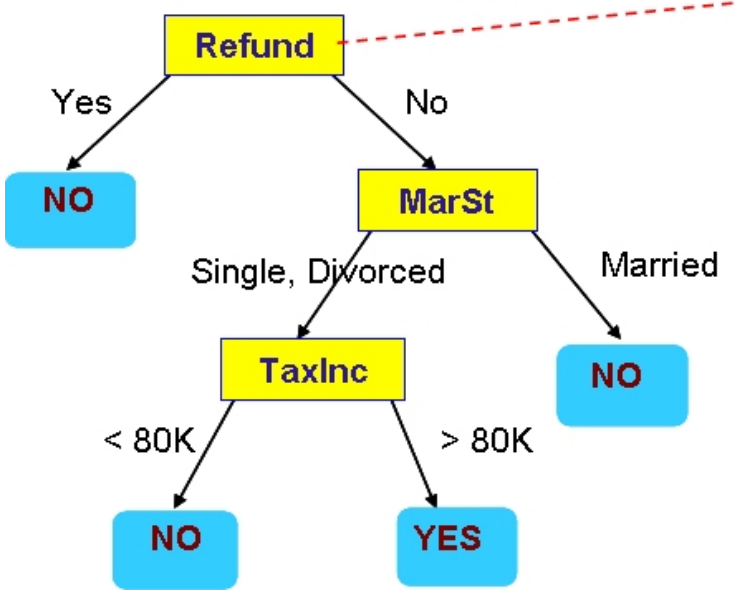
Почетак од корена дрвета



Подаци за проверу
(тестни подаци)

Refund	Marital Status	Taxable Income	Cheat
No	Married	80K	?

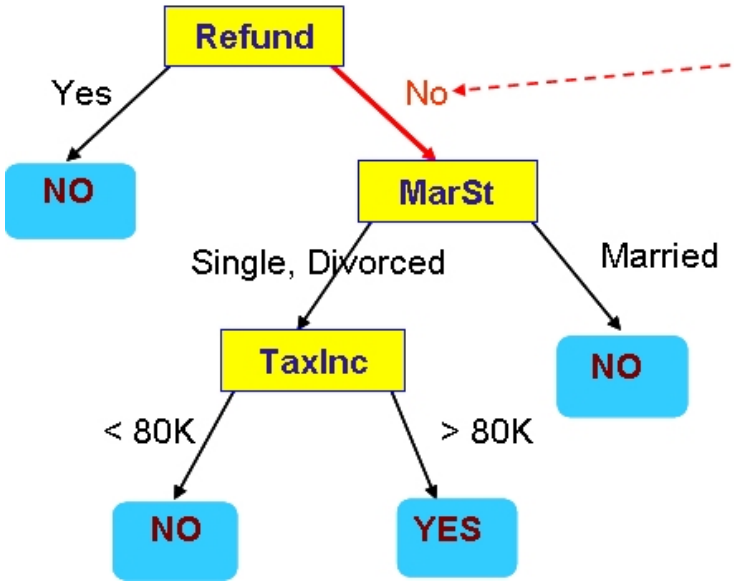
Примена модела - пример (наставак)



Подаци за проверу
(тестни подаци)

Refund	Marital Status	Taxable Income	Cheat
No	Married	80K	?

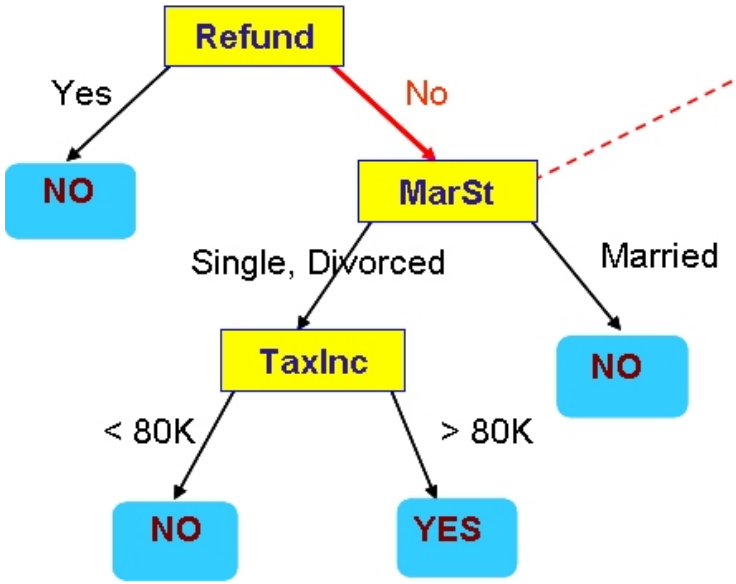
Примена модела - пример (наставак)



Подаци за проверу
(тестни подаци)

Refund	Marital Status	Taxable Income	Cheat
No	Married	80K	?

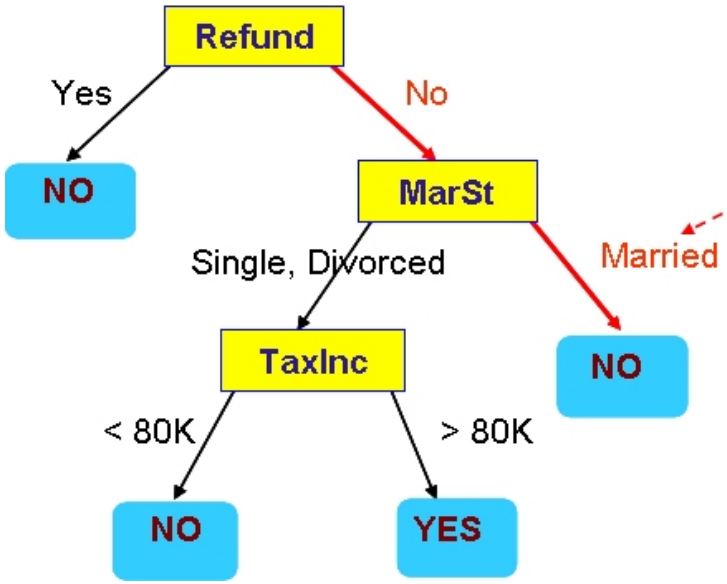
Примена модела - пример (наставак)



Подаци за проверу
(тестни подаци)

Refund	Marital Status	Taxable Income	Cheat
No	Married	80K	?

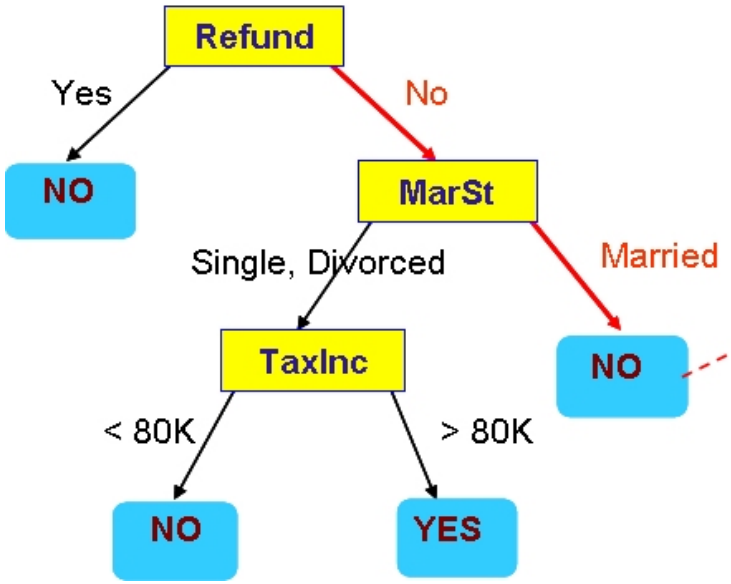
Примена модела - пример (наставак)



Подаци за проверу
(тестни подаци)

Refund	Marital Status	Taxable Income	Cheat
No	Married	80K	?

Примена модела - пример (наставак)



Подаци за проверу
(тестни подаци)

Refund	Marital Status	Taxable Income	Cheat
No	Married	80K	?

Доделити “Не” атрибуту “Cheat”

Конструкција дрвета одлучивања

Изазови

- Како одабрати атрибут(е) по коме се врши подела?

Конструкција дрвета одлучивања

Изазови

- Како одабрати атрибут(е) по коме се врши подела?
- Како формирати упит за различите типове атрибута?

Конструкција дрвета одлучивања

Изазови

- Како одабрати атрибут(е) по коме се врши подела?
- Како формирати упит за различите типове атрибута?
- Како одредити најбољу поделу?

Конструкција дрвета одлучивања

Изазови

- Како одабрати атрибут(е) по коме се врши подела?
- Како формирати упит за различите типове атрибута?
- Како одредити најбољу поделу?
- На који начин индуктивно применити претходне критеријуме на дрво по дубини?

Конструкција дрвета одлучивања

Изазови

- Како одабрати атрибут(е) по коме се врши подела?
- Како формирати упит за различите типове атрибута?
- Како одредити најбољу поделу?
- На који начин индуктивно применити претходне критеријуме на дрво по дубини?
- Када стати са конструкцијом дрвета?

Конструкција дрвета одлучивања

Изазови

- Како одабрати атрибут(е) по коме се врши подела?
- Како формирати упит за различите типове атрибута?
- Како одредити најбољу поделу?
- На који начин индуктивно применити претходне критеријуме на дрво по дубини?
- Када стати са конструкцијом дрвета?
- Начин рада са недостајућим вредностима?

Конструкција дрвета одлучивања

Изазови

- Како одабрати атрибут(е) по коме се врши подела?
- Како формирати упит за различите типове атрибута?
- Како одредити најбољу поделу?
- На који начин индуктивно применити претходне критеријуме на дрво по дубини?
- Када стати са конструкцијом дрвета?
- Начин рада са недостајућим вредностима?
- Који је критеријум за процену грешке у генерализацији?

Конструкција дрвета одлучивања

Изазови

- Како одабрати атрибут(е) по коме се врши подела?
- Како формирати упит за различите типове атрибута?
- Како одредити најбољу поделу?
- На који начин индуктивно применити претходне критеријуме на дрво по дубини?
- Када стати са конструкцијом дрвета?
- Начин рада са недостајућим вредностима?
- Који је критеријум за процену грешке у генерализацији?
- Цена и перформансе модела?

Конструкција дрвета одлучивања

Изазови

- Како одабрати атрибут(е) по коме се врши подела?
- Како формирати упит за различите типове атрибута?
- Како одредити најбољу поделу?
- На који начин индуктивно применити претходне критеријуме на дрво по дубини?
- Када стати са конструкцијом дрвета?
- Начин рада са недостајућим вредностима?
- Који је критеријум за процену грешке у генерализацији?
- Цена и перформансе модела?
- ...

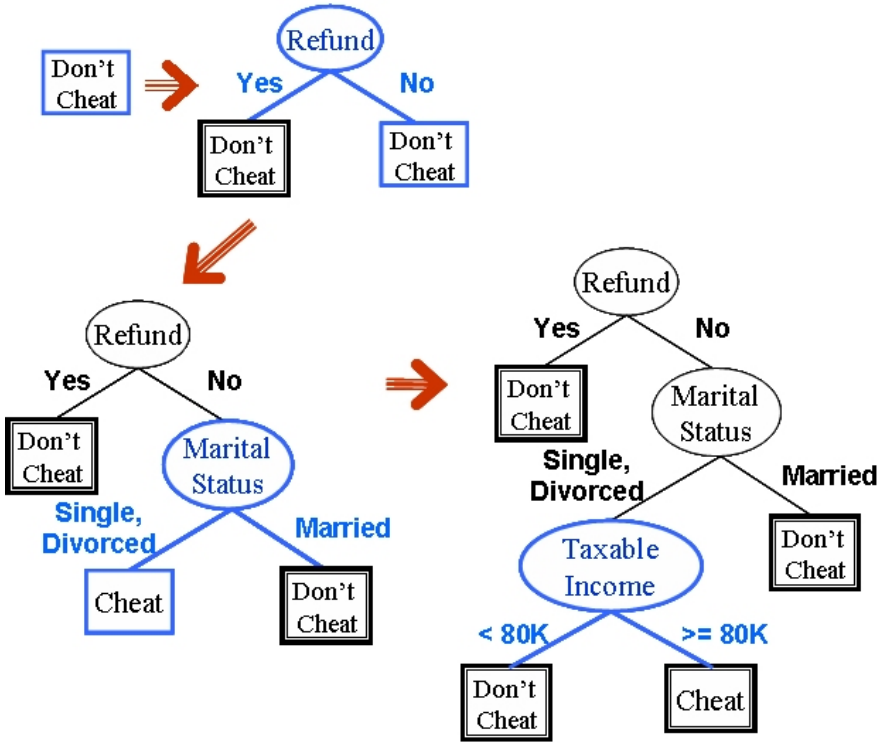
Алгоритми

- ID3 (Iterative Dichotomiser 3)
- C4.5
- C5.0
- CART (Classification And Regression Trees)
- CHAID (CHi-squared Automatic Interaction Detection)
- Exhaustive CHAID
- QUEST (Quick, Unbiased, Efficient Statistical Trees)
- SLIQ (Supervised Learning In Quest)
- SPRINT (Scalable PaRallelizable INduction and decision Trees)
- ...

Општи модел - Хантов алгоритам

- Општа процедура за конструкцију дрвета
- Описује начин поделе материјала у чвору
- Ако је D_t скуп слогова за тренинг који се налазе у чвору t и нека су $y = \{y_1, y_2, ..., y_c\}$ ознаке класа. Општи поступак је
  - Ако D_t садржи само слогове који припадају истој класи y_t тада је тај чвор лист означен по називу класе y_t
  - Ако D_t садржи слогове који се налазе у више од једне класе, тада се на основу тест атрибута врши подела материјала у мање подскупове на које се рекурзивно примењује комплетна процедура

Хантов алгоритам - илустрација



Tid	Refund	Marital Status	Taxable Income	Cheat
1	Yes	Single	125K	No
2	No	Married	100K	No
3	No	Single	70K	No
4	Yes	Married	120K	No
5	No	Divorced	95K	Yes
6	No	Married	60K	No
7	Yes	Divorced	220K	No
8	No	Single	85K	Yes
9	No	Married	75K	No
10	No	Single	90K	Yes

Избор атрибута за поделу

- Атрибут за поделу материјала се бира стратегијом похлепе (енг. *greedy*)
  - Поделити слогове према атрибуту који оптимизује одређени критеријум
- Одлуке које треба донети
  - Како поделити слогове и која је најбоља подела?
  - Како навести услове за тестирање атрибута
  - Када стати са деобом

Одређивање најбоље поделе

Најбоља подела се одређује помоћу *мере нечистоће* - мера хомогености дистрибуције класа у чвору

Мере нечистоће

$$\text{Gini}(t) = 1 - \sum_{i=1}^{c} [p(i \mid t)]^2$$

$$\text{Ентропија}(t) = -\sum_{i=1}^{c} p(i \mid t) log_2 p(i \mid t)$$

$$\text{Грешка класификације}(t) = 1 - \max_i p(i \mid t)$$

gde $p(j \mid t)$ означава релативну учесталост класе j у чвору t, c број класа, и важи $0 * log_2 0 = 0$ при рачунању ентропије

Мера нечистоће

- Гинијев индекс (*Corrado Gini*, италијански статистичар)
- Максимум ($1-1/n_c$ za Ginijev indeks i grešku klasifikacije, $log_2 n_c$ за ентропију) када су слогови равномерно распоређени у свим класама садржи најмање интересантне информације
- Минимум (0.0) када сви слогови припадају једној класи садржи најинтересантније информације

C_1	0
C_2	6
Gini=0.000	

C_1	1
C_2	5
Gini=0.278	

C_1	2
C_2	4
Gini=0.444	

C_1	3
C_2	3
Gini=0.500	

Мере нечистоће - примери израчунавања

Чвор H_1	Број
Класа 1	0
Класа 2	6

Гини $=1-(0/6)^2-(6/6)^2=0$
Ентропија $=-(0/6)log_2(0/6)-(6/6)log_2(6/6)=0$
Грешка класификације$=1-max[0/6,6/6]=0$

Чвор H2	Број
Класа 1	1
Класа 2	5

Гини $=1-(1/6)^2-(5/6)^2=0.278$
Ентропија $=-(1/6)log_2(1/6)-(5/6)log_2(5/6)=$ 0.650
Грешка класификације$=1-max[1/6,5/6]=0.167$

Чвор H_3	Број
Класа 1	3
Класа 2	3

Гини $=1-(3/6)^2-(3/6)^2=0.5$
Ентропија $=-(3/6)log_2(3/6)-(3/6)log_2(3/6)=1$
Грешка класификације$=1-max[3/6,3/6]=0.5$

Критеријум поделе у чвору

Посматра се разлика мере нечистоће у родитељ чвору и деци чворовима. Што је разлика већа то је подела квалитетнија
Нека $I(.)$ означава нечистоћу чвора, N укупан број слогова у родитељ чвору, $N(v_j)$ број слогова у дете чвору v_j и број различитих вредности атрибута

- Добит за Гини

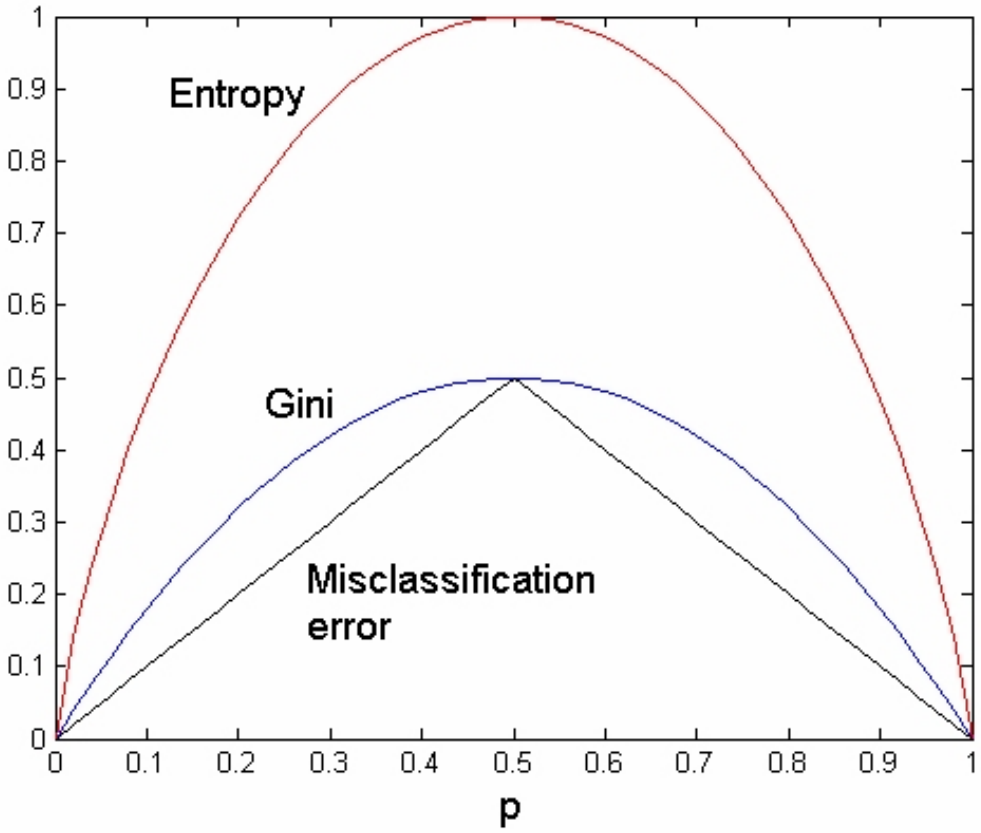
$$\Delta = \text{Гини(родитељ чвор)} - \sum_{j=1}^{k} \frac{N(v_j)}{N} I(v_j)$$

- Добит за Ентропију (информациона добит)

$$\Delta = \text{Ентропија(родитељ чвор)} - \left(\sum_{j=1}^{k} \frac{N(v_j)}{N} \text{Ентропија}(v_j) \right)$$

Поређење мера нечистоће

Пример за проблем бинарне класификације



Услови тестирања атрибута за поделу

- Зависност од типа атрибута
  - Бинарни
  - Именски
  - Редни
  - Непрекидни
- Зависност од броја начина за поделу
  - Подела на две гране
  - Подела на више грана

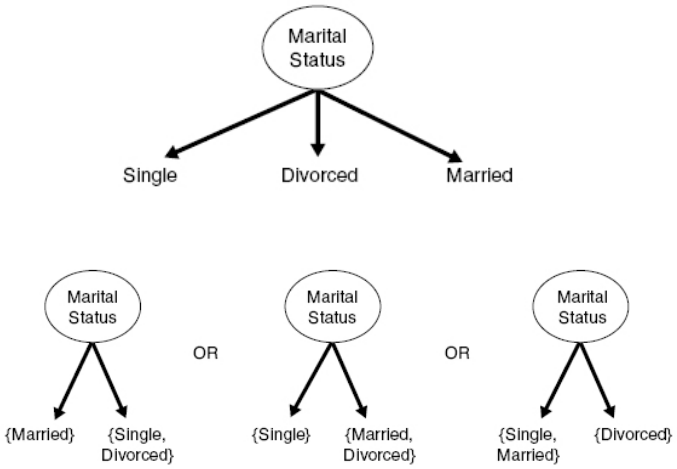
Подела заснована на бинарним и именским атрибутима

Бинарни атрибути

- Увек се дели на две гране

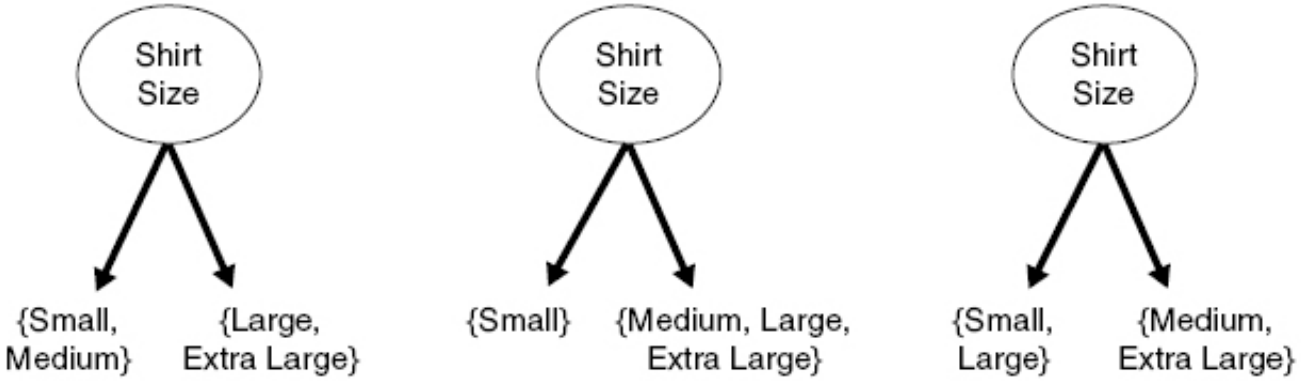
Именски атрибути

- Подела на више грана (колико атрибут има различитих вредности)
- Подела на две гране - подела у два подскупа. Треба наћи оптималну поделу



Подела заснована на редним атрибутима

- Бинарна подела или подела на више грана
- Да ли су све поделе коректне? Очување редоследа!



Подела заснована на непрекидним атрибутима

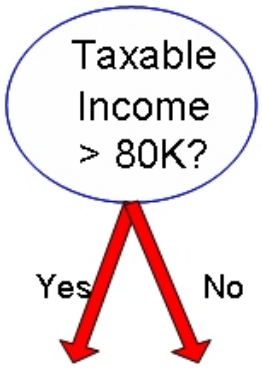
Различити начини рада

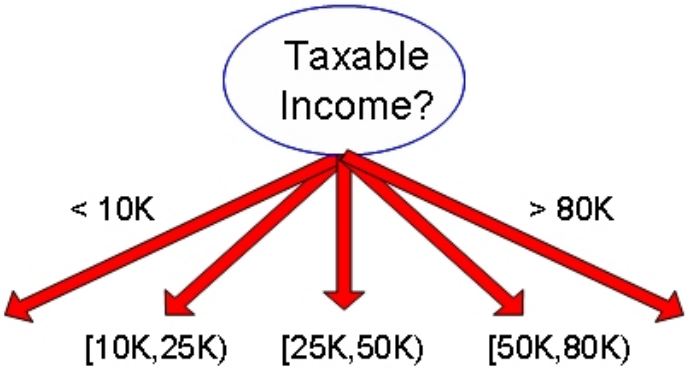
- Дискретизацијом - формирање редних категоричких атрибута
- Бинарна подела: $A < v$ или $A \geq v$
  - Разматрају се све могуће поделе у зависности од v
  - Рачунарски интензиван посао

Подела заснована на непрекидним атрибутима (наставак)

Различити начини рада

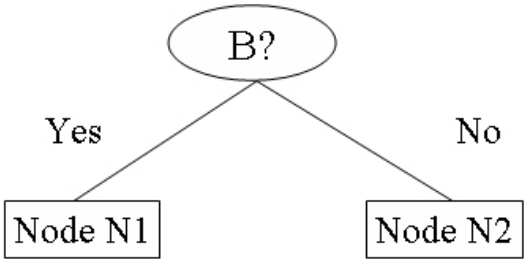
- Подела на k интевала: $v_i \leq A < v_{i+1}, i = 1, \ldots, k$
  - Разматрају се сви могући интервали
  - Рачунарски интензиван посао



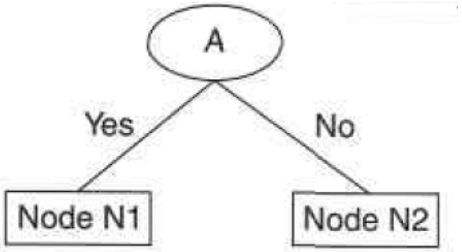


Подела по бинарним атрибутима - израчунавање Гини индекса

- Скуп се дели у две партиције
- Ефекти тежина партиција - пожељне су веће и чистије



	Parent
C1	6
C2	6
Gini = 0.500	



Gini(N1)
= 1 – (5/7)² - (2/7)²
= 0.408

Gini(N2)
= 1 – (1/5)² – (4/5)²
= 0.320

	N1	N2
C1	5	1
C2	2	4
Gini=0.371		

Gini(dete)
= 7/12 * 0.408 +
5/12 * 0.320
= 0.371

	N1	N2
C0	4	2
C1	3	3
Gini = 0.486		

Подела по категоричким атрибутима - израчунавање Гини индекса

- За сваку од различитих вредности атрибута израчуна се број слогова у свакој класи података
- Одреди се Гинијев индекс за сваки чвор и пронађе минимална вредност

Подела у више грана

	CarType		
	Family	Sports	Luxury
C1	1	2	1
C2	4	1	1
Gini	0.393		

Подела у две групе
(налази се најбоља подела по вредности)

	CarType	
	{Sports, Luxury}	{Family}
C1	3	1
C2	2	4
Gini	0.400	

	CarType	
	{Sports}	{Family, Luxury}
C1	2	2
C2	1	5
Gini	0.419	

Подела по непрекидним атрибутима - израчунавање Гини индекса

За ефикасно израчунавање за сваки атрибут се

- врши сортирање по вредностима
- добијене вредности линеарно скенирају уз ажурирање броја и слогова и рачунање Гинијевог индекса
- бира се позиција за поделу са најмањим Гинијевим индексом

Cheat	No		No		No		Yes		Yes		Yes		No		No		No		No		No	
	Taxable Income																					
Сортиране вредности →	60		70		75		85		90		95		100		120		125		220			
Позиције поделе →	55		65		72		80		87		92		97		110		122		172		230	
	<=	>	<=	>	<=	>	<=	>	<=	>	<=	>	<=	>	<=	>	<=	>	<=	>	<=	>
Yes	0	3	0	3	0	3	0	3	1	2	2	1	3	0	3	0	3	0	3	0	3	0
No	0	7	1	6	2	5	3	4	3	4	3	4	3	4	4	3	5	2	6	1	7	0
Gini	0.420		0.400		0.375		0.343		0.417		0.400		*0.300*		0.343		0.375		0.400		0.420	

Алтернативни критеријум поделе

- Мере као што су Гинијев индекс и ентропија фаворизују атрибуте са великим бројем различитих вредности
- У неким случајевима се добијају погрешни резултати (нпр. број индекса, матични број, ...)
- Стратегије превазилажења проблема
  - употреба искључиво бинарне поделе
  - укључивање броја могућих вредности

$$\text{Однос добити за поделу} = \frac{\Delta_{podela}}{Split_info}$$

$$Split_info = -\sum_{i=1}^{k} P(v_i) log_2 P(v_i)$$

где је k број подела атрибута

Модел алгоритма за формирање дрвета одлучивања

```
/* Skup atributa F; skup trening slogova E */
Formiranje drveta(E, F )
if uslov_zaustavljanja(E,F) then
   list=formiraj_cvor()
   labela lista=Klasifikuj(E)
   return list
else
   koren=formiraj_cvor()
   koren.test_uslov = nadji_najbolju_podelu(E,F)
   let V={v|v je moguci ishod za koren.test_uslov}
   for each v in V do
       E_v = {e | koren.test_uslov(e) = v i e pripada E}
       dete = Formiranje_drveta(E_v,F)
       dodaj dete cvor kao potomak korenog cvora i
             oznaci granu (koren-dete) sa v
    end for
end if
return koren

/* Posle formiranj drvo treba da se potkrese */
```

Критеријум заустављања

Формирање нових чвора деобом слога текућег чвора се зауставља (функција uslov_zaustavljanja из претходног алгоритма) када

- сви слогови у текуће, чвору припадају истој класи
- сви слогови имају исте вредности (свих) атрибута
- испуњен критеријум ранијег заустављања (достигнута дубина дрвета, ...)

Карактеристике дрвета одлучивања

- Јевтина за конструисање
- Јако брза у класификацији непознатог материјала
- Лака за интерпретацију за дрвета мале величине
- Прецизност је упоредива са осталим техникама класификације за једноставне типове података
- Избор мере нечистоће нема велики утицај на перформансе

Карактеристике дрвета одлучивања

- Примењивост (на све типове података)
- Изражајност (могу да представе сваку функцију дискретних атрибута)
- Ефикасност израчунавања
- Рад са недостајућим вредностима
- Рад са ирелевантним атрибутима и редундантним атрибутима

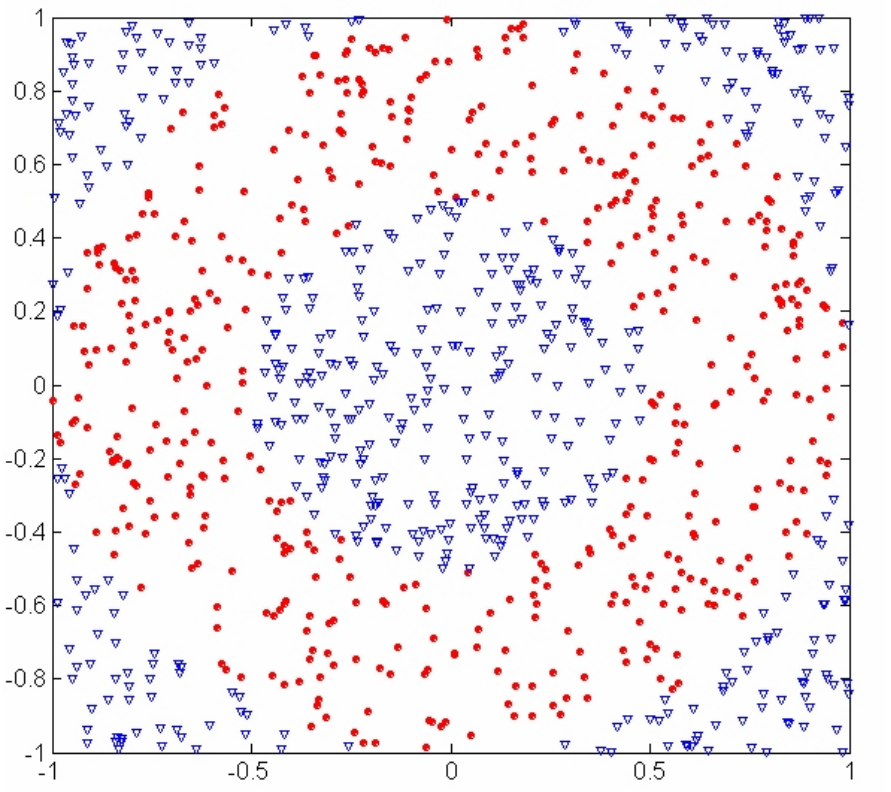
Карактеристике дрвета одлучивања

- Слаба могућност рада са повезаним атрибутима (спајање два атрибута даје значајну информацију)
- Критеријум поделе само један атрибут $\longrightarrow$ интервал је правоугаоног облика
- Критеријум поделе комбинација више атрибута $\longrightarrow$ могуће је обрадити и нпр. *косе* податке
- Избор начина поткресивања значајно утиче на резултате
- Проблем преприлагођавања и потприлагођавања

Преприлагођеност и потприлагођеност

- Модел који исувише добро класификује податке за тренинг може да има лошије карактеристике при генерализацији од модела који има већу грешку у процесу прављења модела - превише прилагођен модел (преприлагођен модел, енг. *model overfitting*)
- Ако је модел исувише једноставан грешке при тренирању и уопштавању могу да буду јако високе - премало прилагођен модел (потприлагођен модел, енг. *model underfitting*)

Преприлагођеност и потприлагођеност



500 кружних и 500 троугаоних тачака

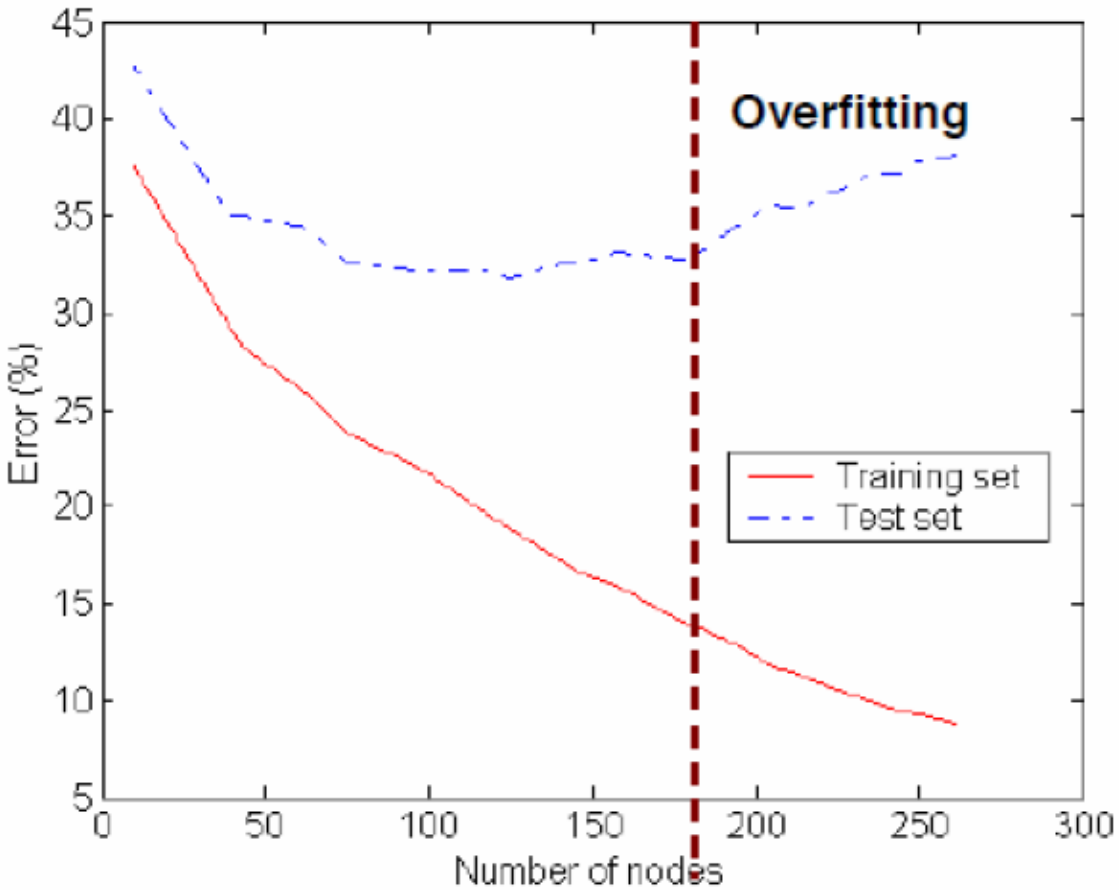
Кружне тачке:
$0.5 \leq \mathrm{sqrt}(x_1^2+x_2^2) \leq 1$

Троугаоне тачке:
$\mathrm{sqrt}(x_1^2+x_2^2) < 0.5$ или
$\mathrm{sqrt}(x_1^2+x_2^2) > 1$

30% тачака се бира за тренинг, остале за тест

Дрво са Гинијевим индексом као мером се примењује на тренинг податке

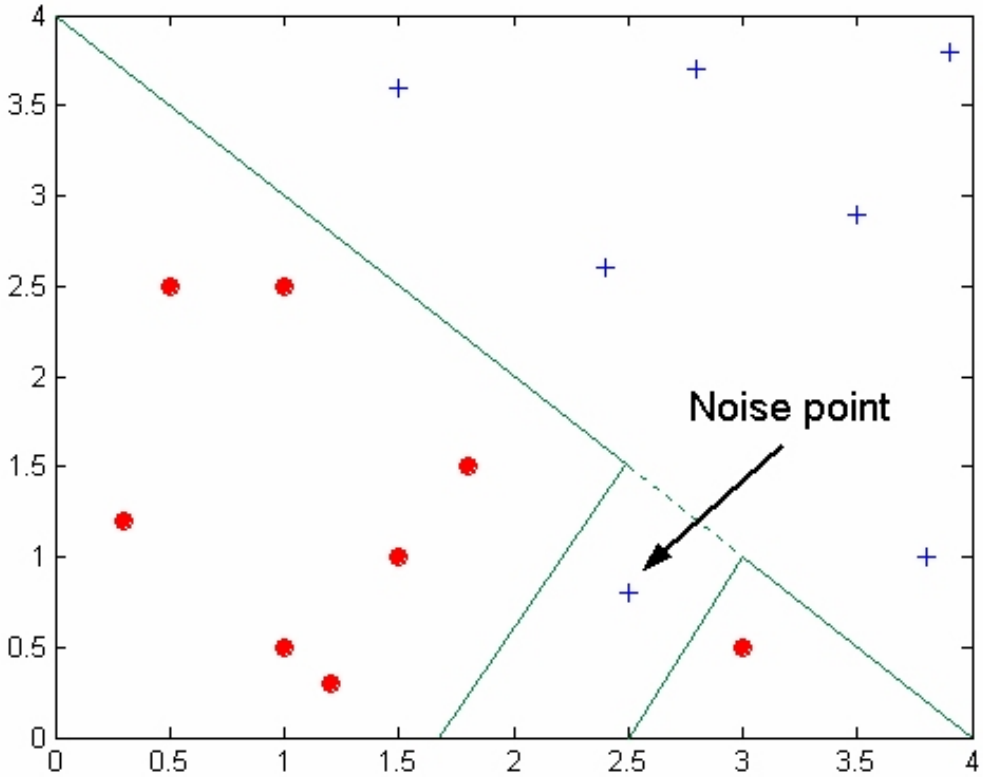
Преприлагођеност и потприлагођеност



Потприлагођавање: ако је модел исувише једноставан и тренинг и тест грешка су велике.

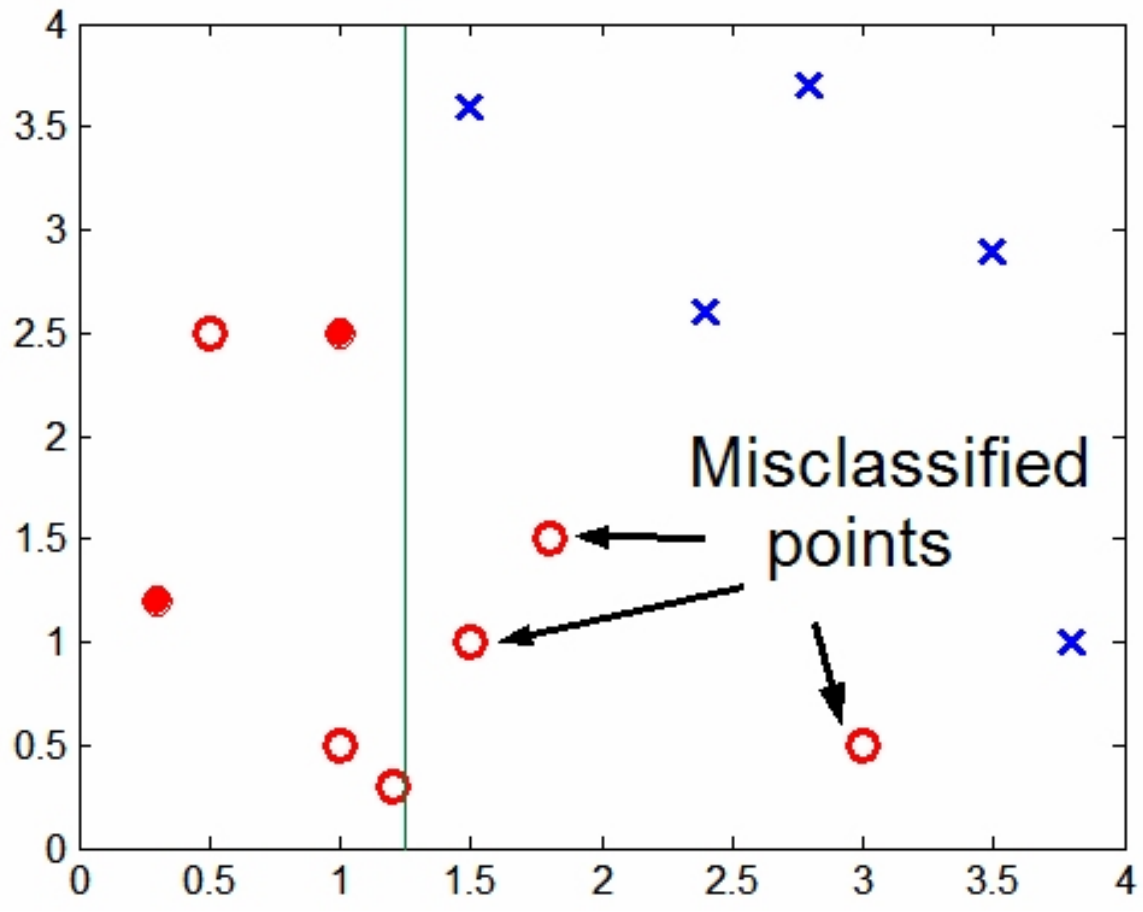
Поткресивањем дрвета на различитим нивоима

Преприлагођеност и потприлагођеност



Границе поделе могу да се искриве и због постојања шума

Преприлагођеност и потприлагођеност



Преприлагођеност може да се јави због непостојања репрезентативних примера

Преприлагођеност и потприлагођеност

- Преприлагођеност се јавља код дрвета која су сложенија него што је потребно
- У том случају грешка при тренирању не даје коректну процену понашања дрвета у случају примене на претходно непознате податке
- Потребно је наћи начин за процену грешке при примени на тестне и непознате податке

Процена грешке у генерализацији

- Нека је T дрво, t чвор, N број листова у дрвету T, $e(t)$ број погрешно класификованих слогова у t, и $e(T)$ укупан број грешака у класификацији по дрвету T
- Грешка поновне замене (грешка при тренирању) $min(\sum e(t))$ - бира се модел са најмањом грешком при тренирању
- Грешка при генерализацији: грешка при тестирању $\sum e'(t)$

Процена грешке у генерализацији

Методе за процену грешке у генерализацији

- Оптимистички приступ: $e'(t) = e(t)$
- Песимистички приступ: $e'(t) = e(t) + 0.5$ (лист)

$$e'(T) = \frac{\sum_{i=1}^{k} [e(t_i) + \Omega]}{\sum_{i=1}^{k} n(t_i)} = e(T) + \frac{k\Omega}{N} \qquad \text{(дрво)}$$

где је k broj listova, Ω цена придружена сваком листу t, $e(T)$ укупна грешка дрвета у фази тренинрања, а N укупан број тренинг слогова

Процена грешке у генерализацији

На пример, за $\Omega = 0.5$ укупан број грешака је $e'(T) = e(T) + N \times 0.5$. За дрво са 30 листова и 10 грешака на тренинг скупу од 1000 ставки:

- Грешка тренирања = 10/1000 (1%)
- Грешка уопштавања = (10+ 30× 0.5)/1000 (2.5%)

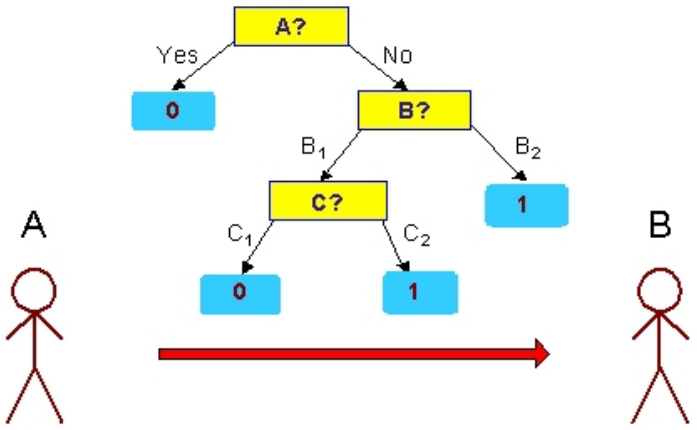
- Смањење грешке поткресивањем (дрвета)
  - Користи се посебан скуп података за процену грешке уопштавања

Процена грешке у генерализацији

- Што је модел сложенији веће су шансе за преприлагођеност
- Параметар процене је и сложеност модела
- Модел не треба непотребно усложњавати
- Од два модела са сличном грешком генерализације изабрати онај који је једноставнији - Окамов (*Occm*) принцип (жилет)
- Код сложених модела већа је шанса да случајно дође до уклапања због грешаак у подацима

Принцип најмање дужине описа (*MDL*)

X	y
X_1	1
X_2	0
X_3	0
X_4	1
...	...
X_n	1

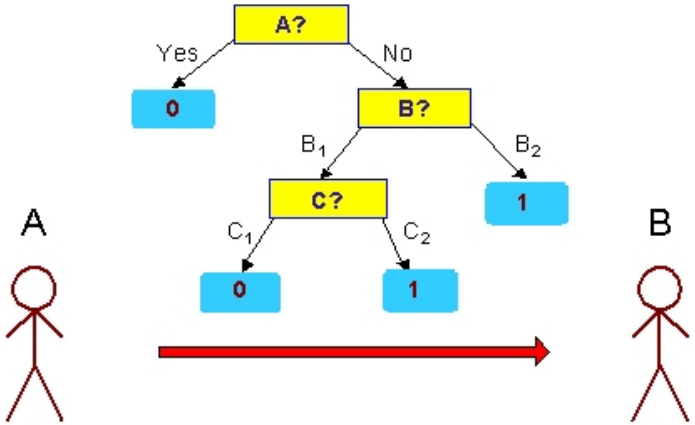


X	y
X_1	?
X_2	?
X_3	?
X_4	?
...	...
X_n	?

- Начин да се укључи сложеност модела
- Дат је скуп слогова са познатим атрибутом X
- Особа A познаје све вредности класа атрибута y
- Особа B нема ту информацију и може да пошаље захтев A да проследи све ознаке класа - $\Theta(n)$ битова где је n број слогова
- Алтернативно, A може да направи модел, кодира и пошаље B

Принцип најмање дужине описа (*MDL*)

X	y
X_1	1
X_2	0
X_3	0
X_4	1
...	...
X_n	1



X	y
X_1	?
X_2	?
X_3	?
X_4	?
...	...
X_n	?

- Ако је модел 100% тачан цена преноса је једнака цени кодирања модела. Ако није, потребне су и информације о некоректно класификованим слоговима
- Цена (модел,подаци)= Цена (модел) + Цена (подаци|модел), где је цена број битова потребан за енкодирање
- Према *MDL*-у тражи се модел који минимизује укупну цену

Баратање преприлагођавањем у индукцији по дрвету

Пре-поткресивање (правило ранијег заустављања)

- Алгоритам се зауставља пре него што дрво нарасте до максималне величине
- Типични услови заустављања:
  - све инстанце припадају истој класи
  - вредности свих атрибута (сем атрибута класе) су исте
  - број инстанци је мањи од неке унапред задате границе
  - дистрибуција инстанци је независна од расположивих атрибута (нпр. види се применом χ^2 теста)
  - ширење текућег чвора не побољшава меру чистоће

Баратање преприлагођавањем у индукцији по дрвету

Поткресивање по завршетку

- Дрво одлучивања расте до крајњих граница
- Исеку се чворови у дрвету од дна ка врху
- Ако се грешка генерализације побољша после отсецања поддрво се замени са чвором који је лист
- Ознака класе листа се одређују према већини класа инстанци поддрвета
- За поткресивање по завршетку се може користити и *MDL*

Пример поткресивања по завршетку

Class = Yes	20
Class = No	10
Error = 10/30	

Тренинг грешка (пре деобе) = 10/30

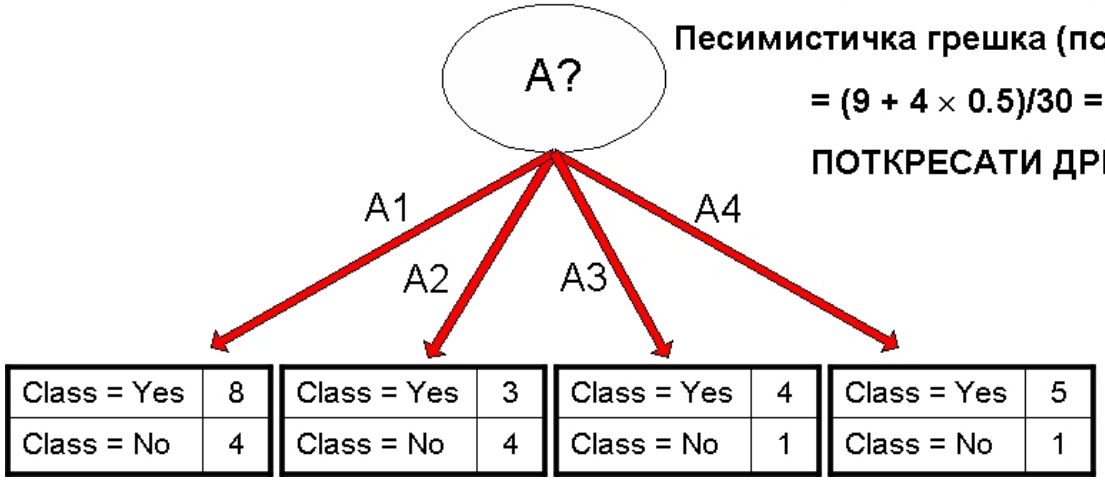
Песимистичка грешка = (10 + 0.5)/30 = 10.5/30 за Ω=0.5

Тренинг грешка (после деобе) = 9/30

Песимистичка грешка (после деобе)

= (9 + 4 $\times$ 0.5)/30 = 11/30

ПОТКРЕСАТИ ДРВО!



Руковање атрибутима са недостајућим вредностима

Утицај НВ на дрво одлучивања

- Шта ако атрибут по коме се дели чвор има НВ (како рачунати меру нечистоће)
- Како дистрибуирати инстанце са НВ на децу чворове
- Како класификовати тест инстанцу са НВ

Руковање атрибутима са недостајућим вредностима

Tid	Refund	Marital Status	Taxable Income	Class
1	Yes	Single	125K	No
2	No	Married	100K	No
3	No	Single	70K	No
4	Yes	Married	120K	No
5	No	Divorced	95K	Yes
6	No	Married	60K	No
7	Yes	Divorced	220K	No
8	No	Single	85K	Yes
9	No	Married	75K	No
10	?	Single	90K	Yes

Недостајућа вредност

Пре поделе: Ентропија (родитељ)
= -0.3 log(0.3)-(0.7)log(0.7) = 0.8813

	Class = Yes	Class = No
Refund=Yes	0	3
Refund=No	2	4
Refund=?	1	0

Подела на REFUND:

Ентропија(Refund=Yes) = 0

Ентропија(Refund=No)
= -(2/6)log(2/6) – (4/6)log(4/6) = 0.9183

Ентропија (дете)
= 0.3 (0) + 0.6 (0.9183) = 0.551

Добит = 0.9 × (0.8813 – 0.551) = 0.3303

Мерење преформанси израчунавања

Утицај НВ на дрво одлучивања

- Нагласак је на предвиђачким особинама модела
  - предност у односу на брзину класификације, изградње модела, скалабилност, ...
- Матрица конфузије

	Предвиђена класа		
Стварна класа		Класа=Да	Класа=Не
	Класа=Да	a	b
	Класа=Не	c	d

- a: TP (true positive)
- b: FN (false negative)
- c: FP (false positive)
- d: TN (true negative)

Мерење преформанси израчунавања

		Предвиђена класа	
		Класа=Да	Класа=Не
Стварна класа	Класа=Да	a TP	b FN
	Класа=Не	c FP	d TN

Најчешће коришћена метрика

$$\text{Тачност} = \frac{a+d}{a+b+c+d} = \frac{TP+TN}{TP+FN+FP+TN}$$

Ограничења прецизности

- Размотримо проблем 2 класе
  - Број примерака класе 0 = 9990
  - Број примерака класе 1 = 10
- Ако модел предвиђа да ће сви слогови бити класе 0 тада је прецизност 9990/10000 = 99.9 %
  - Прецизност нема значаја (ни смисла) јер модел не открива ни један слог класе

Матрица цене

		Предвиђена класа	
		Класа=Да	Класа=Не
Стварна класа	Класа=Да	Цена(Да|Да)	Цена(Не|Да)
	Класа=Не	Цена(Да|Не)	Цена(Не|Не)

Цена(а|б) - цена погрешне класификације слога класе а као слога класе б

Израчунавање цене класификације

Матрица цене	Предвиђена класа		
	Цена(а|б	+	-
Стварна класа	+	-1	100
	-	1	0

Модел M1	Предвиђена класа		
		+	-
Стварна класа	+	150	40
	-	60	250

Модел M2	Предвиђена класа		
		+	-
Стварна класа	+	250	45
	-	5	200

Модел M1: Прецизност 80%, Цена 3910

Модел M2: Прецизност 90%, Цена 4255

Мере осетљиве на цену

- Прецизност $p = \frac{a}{a+c}$
- Одзив $r = \frac{a}{a+b}$
- Ф - мера $F = \frac{2rp}{r+p} = \frac{2a}{2a+b+c}$
- Тежинска прецизност $= \frac{w_1 a + w_4 d}{w_1 a + w_2 b + w_3 c + w_4 d}$
- F_β мера $F_\beta = (1+\beta)^2 \times \frac{p \times r}{\beta^2 \times p + r}$

Проверити:

- Да ли је F мера специјалан случај F_β мере

- Шта се добија за $\beta = 0$ а шта за $\beta = \infty$?